

Improving Students' Understanding of  
How to Subtract Mixed Numbers  
(Experience based on Lesson Study)

N. Farajpour<sup>۱\*</sup>, H. Pourshafeie

۱. PhD student of curriculum, University of Birjand  
& Teacher of Elementary Schools;

۲. Associate Professor,

Department of Education, University of Birjand, Birjand, Iran.

بهبود درک دانش آموزان از چگونگی تفریق عددهای  
مخلوط (تجربه مبتنی بر درس پژوهی)

نیلوفر فرج پور<sup>۱\*</sup>، هادی پورشافی<sup>۲</sup>

۱. دانشجوی دکتری برنامه ریزی درسی، دانشگاه بیرجند و آموزگار  
ابتدایی؛ ۲. دانشیار گروه علوم تربیتی، دانشگاه بیرجند، بیرجند، ایران.

Abstract

**Purpose:** Nowadays, scientific and applied research has been increasingly considered to the implementation of curricula. Research development especially collaborative research within the school and classroom is one of the concerns of practitioners and policy makers and program executives. «Lesson Study» is a method to modify the teaching method and a practical pattern for a consistent review of mental patterns and participatory reflection on the practice of educational brokers. The present research implemented to improve fifth grade students' understanding from how to subtract mixed numbers.

**Method:** Lesson Study method has used in the present research. Studied population included fifth grade students (two classes ۱۴ and ۲۴ people) of Nor-al-Hoda girls' Nursery School of Birjand City. In this study Quantitative and Qualitative data were used. Qualitative data in this research include active monitoring of two math classroom of fifth grade in research-based study process, narrative interviews with teachers to understand the impact of research-based study in training improvement and enrich learning, study lesson plans, self-reflection notes of teachers, external observer comments and notes and comments of students fifth grade about research-based study effect on their learning amount and understanding from how to subtract mixed numbers and Quantitative data of this study include math test results of fifth grade before and after research-based study implementation.

**Findings:** Results show positive effect of research-based study on students' learning. Creating a suitable atmosphere for cooperation and using the experience of colleagues in classrooms can help to form modern methods to present training materials and facilitates training and learning.

**Key words:** subtract, mixed numbers, Lesson Study, math lesson plan

چکیده

**هدف:** امروزه پژوهش علمی و کاربردی در به اجرا درآوردن برنامه‌های درسی بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. یکی از دغدغه‌های کارگزاران و سیاست گزاران آموزشی و مجریان برنامه‌های درسی گسترش پژوهش به ویژه پژوهش مشارکتی درون مدرسه و کلاس درس است. «درس پژوهی» روشی برای اصلاح شیوه آموزش و الگویی عملی برای بازبینی مداوم الگوهای ذهنی و بازاندیشی مشارکتی عمل کارگزاران آموزشی است. پژوهش حاضر با هدف بهبود درک دانش‌آموزان پایه پنجم از چگونگی تفریق عددهای مخلوط انجام گرفت.

**روش:** در پژوهش حاضر از روش درس‌پژوهی استفاده شد. جامعه مورد مطالعه دانش‌آموزان پایه پنجم (دو کلاس ۱۴ و ۲۴ نفره) دبستان دخترانه نورالهدی شهر بیرجند بودند. در این مطالعه از دو دسته داده‌های کیفی و کمی استفاده شد. داده‌های کیفی در این پژوهش، شامل مشاهده فعال دو کلاس درس ریاضی پایه پنجم ابتدایی در فرایند درس پژوهی، مصاحبه‌های روایتی با معلمان برای فهم تأثیر درس‌پژوهی در بهبود آموزش و غنی‌سازی یادگیری، بررسی طرح درس‌ها، یادداشتهای خود بازاندیشی معلمان، نظرات و یادداشتهای ناظر بیرونی و نظرات دانش‌آموزان پایه پنجم در مورد تأثیر درس‌پژوهی بر میزان یادگیری و درک آن‌ها از چگونگی تفریق عددهای مخلوط است و داده‌های کمی مطالعه حاضر شامل نتایج آزمون ریاضی پایه پنجم قبل و بعد از اجرای فرایند درس‌پژوهی است.

**یافته‌ها:** نتایج نشان‌دهنده تأثیر مثبت روش درس‌پژوهی بر یادگیری دانش‌آموزان می‌باشد. ایجاد فضای مناسب برای همفکری و استفاده از تجربیات همکاران در کلاس‌های درسی می‌تواند به شکل‌گیری روش‌های نوین در ارائه مطالب آموزشی کمک کرده و عمل آموزش و یادگیری را تسهیل سازد.

**کلید واژه‌ها:** تفریق، عددهای مخلوط، درس‌پژوهی، طرح درس ریاضی

Accepted Date: ۲۰۱۸/۰۴/۲۱

Received Date: ۲۰۱۷/۰۶/۲۰

دریافت مقاله: ۱۳۹۶/۰۴/۰۹

پذیرش مقاله: ۱۳۹۷/۰۲/۰۱

## مقدمه و بیان مسأله

امروزه پژوهش عملی و کاربردی در به اجرا درآوردن برنامه‌های درسی بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. یکی از دغدغه‌های کارگزاران و سیاست‌گزاران آموزشی و مجریان برنامه درسی گسترش پژوهش به‌ویژه پژوهش مشارکتی در درون مدرسه و کلاس درس است. درس پژوهی<sup>۱</sup> روشی برای اصلاح شیوه آموزش (Lewis and Hurd, ۲۰۱۶) و الگویی عملی برای بازبینی مداوم الگوهای ذهنی و بازاندیشی مشارکتی در عمل کارگزاران آموزشی است. در درس پژوهی امکان خود نوسازی، بهسازی فرایند یاددهی یادگیری و بهبود کیفیت آموزش برای معلمان فراهم می‌شود و آن‌ها به‌عنوان پژوهشگران آشنا با جنبه‌های کاربردی و مهارت‌های عملی به‌سوی بالندگی و گسترش ظرفیت شغلی خویش حرکت می‌کنند (Sarkararani, ۲۰۱۰). پژوهش‌ها نشان می‌دهند که درس پژوهی یکی از اثربخش‌ترین فرایندهای توانمندسازی معلمان به‌منظور یاری رساندن به خود و همکارانشان در یادگیری حین عمل و توسعه حرفه‌ای (Sarkararani, ۲۰۱۰; Khakbaz et al., ۲۰۱۳; Fernandez, ۲۰۱۰; Teplin) بهبود تدریس (Plummer, cited by Habibzadeh, ۲۰۰۸) و یادگیری دانش‌آموزان (Habibzadeh et al., ۲۰۰۷ and Kratzer) و گسترش تفکر انتقادی در بین دانش‌آموزان (Habibzadeh, ۲۰۱۳) و گسترش تفکر انتقادی در بین دانش‌آموزان (Becker et al., ۲۰۰۷ cited by Habibzadeh, ۲۰۱۳) است. تجربه کشورهای گوناگون از اجرای درس پژوهی در کلاس‌های درس ریاضی و علوم نشان می‌دهد که معلمان در فرایند درس پژوهی همراه با دانش‌آموزان فرصت‌های غنی برای سازمان‌دهی تعامل اثربخش در کلاس درس، آموختن از یکدیگر و بهسازی آموزش متناسب با شرایط حرفه‌ای خود و به‌ویژه از طریق بهبود تعامل میان دانش‌آموزان و معلم به‌دست می‌آورند (Sarkararani, ۲۰۱۰).

مقالات و کتاب‌های متعددی به بررسی شیوه‌های آموزش و شرح و بسط مفاهیم ریاضی دوره ابتدایی پرداخته‌اند (Norouzian, ۱۹۹۰a; Norouzian, ۱۹۹۰b; Ezatkah, ۱۹۹۲; Tavakoli, ۲۰۱۰; Saberi, ۱۹۹۰; Tabatabaei et al, ۲۰۱۰). بیشتر این مقالات در مجلات رشد معلم در سال‌های ۷۰ به چاپ رسیده‌اند. کتاب‌های درسی ریاضی بعد از آن سال‌ها دستخوش تغییرات بسیاری بوده است. با وجود این بسیاری از شیوه‌های حل مسائل ریاضی هم اکنون نیز در کلاس‌های ریاضی مدارس ابتدایی بکار گرفته می‌شوند. با توجه به این که روش‌های پیشنهادی کتاب ریاضی پایه پنجم و روش‌های مورد استفاده معلمان برای آموزش و حل مسائل مربوط به تفریق عددهای مخلوط در یادگیری دانش‌آموزان پایه پنجم دبستان مورد مطالعه تأثیر چندانی نداشته است و دانش‌آموزان هر

۱. lesson study



درس‌پژوهی دارای الگوها و شکل‌های مختلفی است. به‌طور مثال، یوشیدا<sup>۱</sup> (۱۹۹۹) پنج مرحله «بررسی و آماده‌سازی مقدماتی، اجرای درس، بازاندیشی و اصلاح، اجرای طرح درس اصلاح شده و بازخورد و تهیه گزارش» را به‌عنوان مراحل درس‌پژوهی پیشنهاد کرده است (Bakhtiari and Mosadeghi Nik, ۲۰۱۶). هیث کوک<sup>۲</sup> (۲۰۱۰) مراحل چهارگانه، «برنامه‌ریزی و طراحی، تدریس و مشاهده، بازنگری و اصلاح، تدریس دوباره و بازاندیشی درباره نتایج» را به‌عنوان مراحل درس‌پژوهی در نظر گرفته است (Habibzadeh, ۲۰۱۳).

در پژوهش حاضر به‌منظور بهبود درک دانش‌آموزان پایه پنجم از چگونگی تفریق عددهای مخلوط، مراحل دهگانه زیر دنبال شد.

#### مرحله اول: تشکیل گروه درس‌پژوهی

درس‌پژوهی یک حلقه پژوهشی است که در آن، معلمان به‌صورت گروهی در مورد موضوعات برنامه درسی به پژوهش می‌پردازند (Khakbaz and et al., ۲۰۰۸). درس‌پژوهی در شکل اولیه خود بیشتر در نظام‌های آموزشی متمرکز اجرا می‌شود و معلمانی که در پایه‌های تحصیلی مشترک تدریس می‌کنند؛ گروه‌های درس‌پژوهی مختص به پایه خود را تشکیل می‌دهند (Habibzadeh, ۲۰۱۳). در شکل‌های پیشرفته‌تر، زمانی که موضوع آموزش و پژوهش برای معلمان پایه‌های مختلف یکسان است، ایجاد تیم‌های درس‌پژوهی ضربدری (بین مقطعی<sup>۳</sup>) روش قدرتمندی است که به معلمان نشان می‌دهد چگونه یک مفهوم در مقاطع مختلف پرورش پیدا می‌یابد (Lewis and Hurd, ۲۰۱۶). در مورد تعداد اعضای گروه درس‌پژوهی نظرات متفاوتی ارائه شده است. لوئیس (۲۰۰۲) تعداد اعضای گروه درس‌پژوهی را بین ۳ تا ۱۶ نفر، سربین و کپ<sup>۴</sup> (۲۰۰۶) بین ۳ تا ۶ و لوئیس و هارد (۲۰۱۱) بین ۴ تا ۶ نفر پیشنهاد کرده‌اند (Habibzadeh, ۲۰۱۳).

در پژوهش حاضر، با توجه به این‌که معلمان مدرسه موردنظر تجربه تدریس در پایه‌های مختلف ابتدایی را داشتند، اعضای گروه درس‌پژوهی از بین معلمان پایه‌های مختلف و با توجه به میزان علاقه‌مندی و همکاری ایشان انتخاب شد. برای اجرای درس‌پژوهی ۱۰ نفر از معلمان (مدیر و معاون آموزشگاه، دو معلم کلاس اول، معلمان کلاس دوم و سوم، دو معلم از کلاس پنجم و دو معلم از کلاس ششم) اعلام آمادگی کردند.

۱. Yoshida

۲. Haithcock

۳. cross- grade- level

۴. Cerbin & Kopp

**مرحله دوم: تبیین مسأله<sup>۱</sup>**

درس پژوهی یک فرایند حل مسأله است. بنابراین ضمن تشکیل گروه درس پژوهی و پس از آن، آنچه از اهمیت زیادی برخوردار است تبیین مسأله‌ای است که فعالیت گروه درس پژوهی را برانگیخته و هدایت خواهد کرد. مسأله می‌تواند یک سؤال عمومی (برانگیختن علاقه دانش‌آموزان به ریاضیات) یا یک سؤال جزئی‌تر (بهبود فهم دانش‌آموزان از چگونگی جمع کردن کسرها با مخرج نامساوی) باشد (Habibzadeh, ۲۰۱۳). معمولاً معلمان مسأله‌ای را انتخاب می‌کنند که از فعالیت‌های خود به‌دست آورده‌اند یا برای دانش‌آموزانشان دشواری‌هایی را ایجاد کرده است (Bakhtiari and Mosadeghi Nik, ۲۰۱۶).

در این مرحله از پژوهش حاضر از اعضای گروه درس پژوهی درخواست شد، که با توجه به تجارب آموزشی خود در پایه‌های مختلف، موضوعات و مسائلی که تا کنون با آن‌ها برخورد کرده‌اند و دشواری‌هایی برای دانش‌آموزان ایجاد کرده است، یادداشت کرده و در جلسات گروه درس پژوهی مطرح کنند. طی جلسات متعدد موضوعات و مباحث مختلفی مطرح شد و مورد بررسی قرار گرفت. در پایان تیم درس پژوهی بر روی مباحث «جمع و تفریق کسرها با مخرج نامساوی و جمع و تفریق عددهای مخلوط» از کتاب ریاضی پایه پنجم به توافق رسیدند. سپس به‌منظور تعیین وضعیت دانش‌آموزان در هر یک از موضوعات پیشنهادی و انتخاب نهایی مسئله پژوهش، آزمونی از سه فصل اول کتاب ریاضی پایه پنجم طراحی شد. این آزمون بر روی دانش‌آموزان پایه پنجم اجرا شد. نتایج نشان داد که بیشتر دانش‌آموزان پایه پنجم این مدرسه در تفریق عددهای مخلوط دچار اشتباه می‌شوند. در نتیجه بهبود درک دانش‌آموزان از چگونگی تفریق عددهای مخلوط به‌عنوان مسأله پژوهشی انتخاب شد.

**مرحله سوم: مطالعه و بررسی موضوع**

بیشتر گروه‌های تازه کار درس پژوهی بلافاصله پس از انتخاب موضوع و مسأله به طراحی درس می‌پردازند؛ اما در درس پژوهی ایده‌آل و مطلوب پیش از طراحی درس، باید موضوع از طریق مطالعه کتاب‌ها، مقالات و پژوهش‌های انجام شده مورد بررسی دقیق قرار گیرد. این بررسی یک دانش پایه قوی درباره موضوع درس، شیوه آموزش آن و نحوه تفکر و یادگیری دانش‌آموزان در اختیار اعضای گروه قرار می‌دهد. در نتیجه آن‌ها درس را با کیفیت بالاتری طراحی می‌کنند (Habibzadeh, ۲۰۱۳).

در پژوهش حاضر، هر یک از اعضای گروه درس پژوهی با توجه به تجربه کاری و استفاده از کتاب‌های راهنمای معلم و کتاب‌های آموزش ریاضی و صحبت با سایر آموزگاران پایه پنجم، روشی

۱. defining and researching a problem

برای آموزش تفریق عددهای مخلوط پیشنهاد کردند. روش‌های پیشنهادی در جلسات درس‌پژوهی مورد نقد و بررسی قرار می‌گرفت.

#### مرحله چهارم: برنامه‌ریزی درس

در این مرحله اعضای گروه درس‌پژوهی با توجه به هدف یادگیری مشخص شده و اطلاعات به‌دست آمده در مرحله قبلی اقدام به برنامه‌ریزی و طراحی می‌کنند. اغلب برنامه اولیه‌ای که گروه تولید می‌کند در جلسه‌ای برای همه معلمان مدرسه مطرح می‌شود تا مورد نقد و بررسی قرار گیرد. سپس بر مبنای بازخوردهای داده شده نسخه اولیه اصلاح شده و آماده اجرا می‌شود (Bakhtiari and Mosadeghi Nik, ۲۰۱۶).

در این مرحله از پژوهش حاضر، با توجه به اطلاعات به‌دست آمده از مراحل قبلی، روش جدیدی برای آموزش تفریق عددهای مخلوط با الگوگیری از روش جمع و تفریق عددهای مرکب تنظیم شد. اعضای گروه درس‌پژوهی با همکاری یکدیگر، طرح درس اولیه را تنظیم کردند و به‌صورت آزمایشی در جلسه‌ای بدون حضور دانش‌آموزان اجرا و نقد و بررسی کردند. سپس نسخه اصلاح شده طرح درس برای اجرای تدریس با حضور دانش‌آموزان آماده شد.

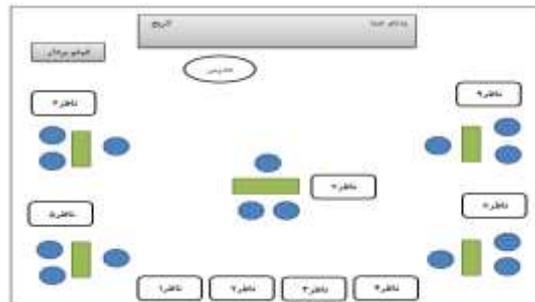
#### مرحله پنجم: آموزش درس و مشاهده آن<sup>۱</sup>

در این مرحله برای تدریس و آموزش درس، تاریخی معین می‌شود. هر کدام از معلمان گروه درس‌پژوهی، نقشی بر عهده می‌گیرند و زمینه‌های لازم برای اجرای موفق درس در شرایط واقعی مورد بررسی قرار می‌گیرد (Khakbaz et al., ۲۰۰۸).

در پژوهش حاضر با توجه به تخصص و زمینه کاری هر یک از اعضای گروه درس‌پژوهی یکی از مسؤولیت‌های «مجری تدریس، مشاهده‌گر تطبیق طرح درس و اجرا، مشاهده‌گر فعالیت و واکنش‌های معلم، مشاهده‌گر فعالیت و واکنش‌های دانش‌آموزان» را بر عهده گرفت و چک لیست‌های مشاهده مربوط به هر بخش تهیه و تنظیم شد. شکل ۱ نحوه چینش کلاسی در تدریس اول را نشان می‌دهد.

---

<sup>۱</sup>. teaching and observing the lesson



شکل (۱): نحوه چینش کلاسی در تدریس اول

با توجه به این شکل مشاهده‌گران فعالیت‌های معلم و تطبیق طرح درس و اجرا در انتهای کلاس و مشاهده‌گران فعالیت‌های دانش‌آموزان در کنار هر یک از گروه‌ها قرار دارند. بعد از مشخص شدن مسؤلیت‌ها تاریخ تدریس اول مشخص شد و تدریس در تاریخ مشخص شده بر روی دانش‌آموزان پنجم الف (۱۴ نفر) اجرا شد.

#### مرحله ششم: ارزیابی درس و انعکاس تأثیر آن<sup>۱</sup>

این مرحله معمولاً در همان روز اجرای طرح درس انجام می‌گیرد. در این جلسه ابتدا مجری تدریس نظر خود را در مورد چگونگی اجرای درس، یادگیری دانش‌آموزان، مشکلات پدید آمده، مواردی که مجبور بوده برخلاف طرح درس تصمیم بگیرد و اجرا کند و مسائل عمده دیگر در کلاس درس را بیان می‌کند. سپس سایر اعضای گروه درس‌پژوهی نظر خود را در مورد طرح درس اجرا شده و کلاس درس بیان می‌کنند. در این مرحله تمرکز بر روی درس است نه معلمی که آن را آموزش داده است (Habibzadeh, ۲۰۱۳).

در پژوهش حاضر نیز بعد از اجرای تدریس اول جلسه‌ای به‌منظور نقد و بررسی درس اجرا شده تشکیل شد. مجری تدریس و سایر اعضا نظر خود را در مورد طرح درس اجرا شده بیان کردند. در این مرحله ضمن مشاهده مجدد فیلم جلسه تدریس نکات قوت و ضعف طرح درس اجرا شده، بررسی شد. تعدادی از نکات مطرح شده توسط اعضای گروه به شرح زیر است:

۱. ارائه شکل‌های آماده به دانش‌آموزان موجب اشتباه آنها هنگام محاسبه می‌شود.
۲. نوشته‌های اسلاید ارائه شده هنگام جمع‌بندی با فونت بزرگ‌تری ارائه شود.
۳. هنگام ارزشیابی پایانی پخش موسیقی می‌تواند فضای کلاس را تغییر دهد.
۴. به‌جای واژه «قرض گرفتن» در هنگام تفریق عددهای مخلوط از واژه «انتقال» استفاده شود.

۱. evaluating the lesson and reflecting on its effects

۵. در انجام کارهایی مثل تمیز کردن تابلو یا توزیع برگه‌های سؤال از دانش‌آموزان کمک گرفته شود.
۶. هنگام توضیح روش محاسبه تفریق توسط دانش‌آموز، معلم نیز بر آن تأکید بیشتری کند.
۷. به گفته‌های دانش‌آموزان و طرز بیان مسأله توسط آنها توجه بیشتری شود.
۸. به دانش‌آموزی که مسأله او به‌عنوان ایجاد انگیزه مطرح شده بود بعد از حل مسأله تذکر داده شود.

#### مرحله هفتم: تجدید نظر در درس<sup>۱</sup>

معلمان گروه درس‌پژوهی با توجه به مشاهدات و بازخوردها در درس تجدیدنظر می‌کنند. آن‌ها ممکن است مواد آموزشی، فعالیت‌ها، سؤالات و مسائل مطرح شده یا همه این موارد را تغییر دهند (Bakhtiari and Mosadeghi Nik, ۲۰۱۶).

در پژوهش حاضر طرح درس اولیه با توجه به نکات مطرح شده در مرحله قبلی مورد بازبینی قرار گرفت و اصلاح شد.

#### مرحله هشتم: آموزش و مشاهده درس تجدیدنظر شده<sup>۲</sup>

زمانی که طرح درس تجدیدنظر شده آماده شد، درس در کلاس متفاوتی تدریس می‌شود. گاهی معلم درس، همان معلم قبلی است و در بیشتر موارد معلم دیگری از گروه درس‌پژوهی تدریس را بر عهده می‌گیرد (Habibzadeh, ۲۰۱۳).

در این مرحله از پژوهش حاضر، مجری تدریس تغییری نکرد ولی تدریس دوم بر روی گروه جدیدی از دانش‌آموزان پایه پنجم (۲۴ نفر) و با حضور تمامی اعضای گروه درس‌پژوهی و یکی از اساتید دانشکده روانشناسی و علوم تربیتی به‌عنوان ناظر بیرونی اجرا شد.

#### مرحله نهم: ارزیابی و بازاندیشی مجدد<sup>۳</sup>

در این مرحله معمولاً همه اعضای گروه درس‌پژوهی در یک جلسه طولانی شرکت می‌کنند. گاهی یک فرد متخصص از خارج از مدرسه برای شرکت در این جلسه دعوت می‌شود. معلمان و ناظران درس را نقد و بررسی می‌کنند. هنگام بحث درباره درس نه تنها یادگیری و فهم دانش‌آموزان بلکه آن دسته از مسائل عمومی که به وسیله فرضیه‌های اصلی درس‌پژوهی بیان شده‌اند، مورد توجه قرار

۱. revising the lesson

۲. teaching and observing the revised lesson

۳. evaluating and reflecting a second time

می‌گیرد و بالاخره در این مورد که چه چیزی از درس و اجرای آن آموخته شده است صحبت می‌شود (Khakbaz and et al., ۲۰۰۸).

در پژوهش حاضر بعد از اجرای تدریس دوم در همان روز جلسه‌ای با حضور ناظر بیرونی و اعضای گروه درس پژوهی برگزار شد. بخشی از نکات مطرح در این جلسه به شرح زیر است:

۱. تکالیف ارائه شده در حین تدریس کم تر شود.
۲. به کتاب درسی هنگام تدریس مراجعه شود.
۳. عنوان درس به‌طور واضح بیان شود.
۴. گروهی که سریع‌تر به پاسخ می‌رسد تشویق شود.
۵. واحدها به قسمت‌های مساوی تقسیم شوند و در صورتی‌که دانش‌آموزان در کشیدن و تقسیم‌بندی این نکته را رعایت نکردند تذکر داده شود.

#### مرحله دهم: سهیم شدن در نتایج<sup>۱</sup>

در پایان به‌منظور گسترش آثار و نتایج مطالعات انجام شده و کمک به توسعه حرفه‌ای معلمان و بهبود و پیشرفت نظام آموزشی، طرح درس‌های تهیه شده، شواهد و یادداشت‌های اعضای گروه، نمونه‌ای از فعالیت‌ها و تکالیف دانش‌آموزان، جریان مباحث گروه در جلسات برگزار شده و فیلم‌های تهیه شده به‌عنوان گزارش نهایی تهیه و در اختیار معلمان، مدارس و چرخه‌های درس پژوهی قرار می‌گیرد (Habibzadeh, ۲۰۱۳).

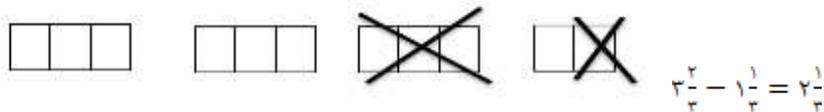
#### یافته‌های پژوهش

عدد مخلوط عددی است که از یک عدد صحیح و یک کسر تشکیل شده باشد. در پایه پنجم دانش‌آموزان با جمع، تفریق، ضرب و تقسیم عددهای مخلوط آشنا می‌شوند. دانش‌آموزان کلاس پنجم به چهار روش «رسم شکل، رسم نمودار، تبدیل عددهای مخلوط به کسر و جمع و تفریق جداگانه کسرها و عددهای صحیح» می‌توانند عملیات جمع و تفریق عددهای مخلوط را انجام دهند (Organization for Education Research and Planning, ۲۰۱۶). در این مطالعه دانش‌آموزان با روش جدیدی برای محاسبه تفریق عددهای مخلوط آشنا می‌شوند. در ادامه هر کدام از روش‌ها به اضافه روش پیشنهادی توضیح داده می‌شود.

۱. رسم شکل در تفریق عددهای مخلوط

<sup>۱</sup>. sharing the results

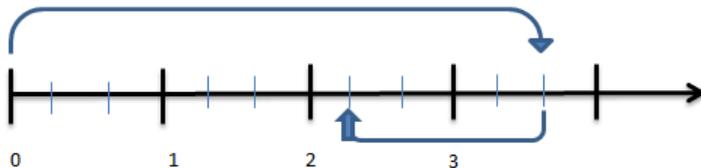
در این روش دانش‌آموزان شکل مربوط به عدد مخلوط اول را رسم کرده و عدد مخلوط دوم را از آن کم می‌کنند.



۲. رسم محور در تفریق عددهای مخلوط

این روش شبیه به روش اول (رسم شکل) است با این تفاوت که دانش‌آموزان برای محاسبه تفریق از محور مختصات استفاده کرده، به اندازه عدد مخلوط اول بر روی محور جلو می‌روند و به اندازه عدد مخلوط دوم مسیر را بر می‌گردند.

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$



۳. تبدیل عددهای مخلوط به کسر در تفریق

روش‌های رسم شکل و رسم محور بیشتر در ابتدای آموزش مورد استفاده قرار می‌گیرد و در مورد مقادیر بزرگ کمتر کاربرد دارد. در روش سوم دانش‌آموزان دو عدد مخلوط را به کسر تبدیل می‌کنند و سپس عمل تفریق را انجام می‌دهند (در صورت وجود مخرج‌های مساوی صورت‌ها را از هم کم می‌کنند در غیر این صورت، مخرج مشترک می‌گیرند).

این روش در شرایطی که دو عدد مخلوط مخرج‌های نامساوی دارند و عددها نیز بزرگ‌تر هستند دانش‌آموزان را دچار مشکل می‌کند.

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = \frac{11}{3} - \frac{4}{3} = \frac{7}{3} = 2\frac{1}{3}$$

۴. تفریق جداگانه کسرها و عددهای صحیح

در این روش دانش‌آموز عددهای صحیح و کسرها را به‌طور جداگانه تفریق می‌کند. این روش نسبت به روش سوم راحت‌تر است و دانش‌آموزان سریع‌تر به پاسخ صحیح دست پیدا می‌کنند. اما هنگامی که کسر دوم از کسر اول کوچکتر است و یا زمانی که می‌خواهیم عدد مخلوط را از یک عدد صحیح کم کنیم، دانش‌آموزان را دچار اشتباه می‌شوند.

$$3\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = 2\frac{1}{3}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 3 - 1 = 2 \\ \frac{2}{3} - \frac{1}{3} = \frac{1}{3} \end{array} \right.$$

۵. روش پیشنهادی

این روش با الهام از تفریق عددهای مرکب انجام می‌شود. مفهوم عدد مرکب در کتاب ریاضی پایه پنجم در مورد زمان به کار برده می‌شود. و در فصل اول این کتاب دانش‌آموزان با اعداد مرکب و جمع و تفریق آن‌ها آشنا می‌شوند (Organization for Education Research and Planning, ۲۰۱۶). در این روش از دانش‌آموزان خواسته می‌شود عددهای مخلوط را زیر هم نوشته و تفریق را انجام دهند. این روش درک روشن‌تری نسبت به عملیات تفریق در ذهن دانش‌آموزان ایجاد می‌کند و علت باز کردن عددهای صحیح در زمانی که کسر اول از کسر دوم کوچک‌تر است را راحت‌تر درک می‌کنند.

$$\begin{array}{r} 3 \quad \frac{2}{3} \\ - \quad 1 \quad \frac{1}{3} \\ \hline 2 \quad \frac{1}{3} \end{array}$$

در پژوهش حاضر قبل و بعد از تدریس روش پیشنهادی، آزمون ریاضی از دانش‌آموزان گرفته شد. جدول ۲، درصد پاسخ دانش‌آموزان به سؤالات مربوط به تفریق عددهای مخلوط را نشان می‌دهد.

جدول (۲): درصد پاسخ صحیح دانش‌آموزان به سؤالات مربوط به تفریق عددهای مخلوط

تفریق دو عدد مخلوط $2\frac{2}{3} - 1\frac{1}{3} = 1\frac{1}{3}$	تفریق یک عدد صحیح از یک عدد مخلوط $3 - 1\frac{1}{3} = 1\frac{2}{3}$	
۳۶/۸	۷/۸	قبل از تدریس روش پیشنهادی
۴۳/۲	۷۲/۹	بعد از تدریس روش پیشنهادی

جدول ۲، درصد دانش‌آموزانی که به سؤالات مربوط به تفریق عددهای مخلوط پاسخ صحیح داده‌اند نشان داده است. قبل از اجرای درس پژوهی دانش‌آموزان با استفاده از یکی از روش‌های ۱ تا ۴، تفریق عددهای مخلوط را انجام می‌دادند. وقتی روش جدید به دانش‌آموزان آموزش داده شد درصد بیشتری از آن‌ها توانستند به سؤال مربوط به تفریق عددهای مخلوط پاسخ صحیح دهند. علاوه بر این بررسی نمودن برگ‌های خودارزیابی اعضای گروه درس پژوهی نشان داد که همه اعضای گروه، تأثیر فرایند درس پژوهی را در تغییر دیدگاه و نگرش، انتقال تجربیات آموزشی و پرورشی، تغییر دانش و مهارت‌های آموزشی و پرورشی معلم، توسعه مهارت مشارکت و همکاری با معلمان دیگر، تقویت دانش استفاده از ابزار و فناوری آموزشی و ایجاد انگیزش حرفه‌ای را خیلی خوب گزارش کرده‌اند.

نمونه برگ‌های نظرسنجی از دانش‌آموزان نیز نشان داد که استفاده از روش جدید برای اکثر دانش‌آموزان ساده‌تر از روش‌های قبلی بوده است و اجرای درس پژوهی به یادگیری و احساس بهتر آن‌ها در کلاس درس کمک کرده است. در ادامه نمونه‌ای از دیدگاه‌های دانش‌آموزان ارائه می‌شود: «روش خیلی عالی است. دوست دارم در تمام جمع و تفریق‌هایم از این روش استفاده کنم.» «من با این روش خیلی بهتر می‌فهمم. اگر می‌شود یک بار دیگر آن‌ها را مرور کنیم.» «این کلاس بسیار عالی بود زیرا من چیزهای زیادی یاد گرفتم و امیدوارم دوباره این کلاس برگزار شود و علاوه بر مسأله و سؤالات دیروز، چیزهای دیگری هم یاد بگیرم.»

«من دوست دارم دوباره در این کلاس شرکت کنم.»

### بحث و نتیجه‌گیری

درس پژوهی یک حلقه پژوهشی است که در آن، معلمان به صورت گروهی درباره موضوعات برنامه درسی به پژوهش می‌پردازند. آن‌ها ابتدا با توجه به تجارب آموزشی خود در کلاس‌های درس، مسأله‌ای که برای دانش‌آموزانشان دشواری‌هایی ایجاد کرده است انتخاب می‌کنند. سپس با همکاری یکدیگر در مورد موضوع انتخابی، شیوه آموزش آن و نحوه تفکر و یادگیری دانش‌آموزان اطلاعاتی گردآوری کرده و به طراحی و برنامه‌ریزی درس می‌پردازند. بعد از آماده شدن طرح درس برای تدریس درس تاریخی مشخص کرده و مسؤولیت‌های جلسه تدریس را در بین خود تقسیم می‌کنند. بعد از اولین تدریس جلسه نقد و بررسی برگزار شده و با توجه به مشاهدات و بازخوردها در طرح درس تجدیدنظر می‌شود. سپس طرح درس اصلاح شده در جلسه‌ای با حضور اعضای گروه درس پژوهی و معمولاً یک ناظر بیرونی اجرا می‌شود. مجدداً جلسه‌ای به منظور نقد و بررسی تدریس دوم برگزار می‌شود و گزارشی از نتایج جلسات و یافته‌های گروه درس پژوهی تنظیم می‌شود.

پژوهش حاضر با هدف بهبود درک دانش‌آموزان پایه پنجم از چگونگی تفریق عددهای مخلوط با استفاده از روش درس پژوهی انجام گرفت. نتایج نشان داد که روش تدریس پیشنهادی گروه درس پژوهی، بر یادگیری دانش‌آموزان و توانایی آن‌ها در حل مسائل مربوط به تفریق عددهای مخلوط تأثیر مثبت داشته است. نتایج پژوهش‌های انجام شده نیز نشان می‌دهد که درس پژوهی به بهبود تدریس (Fernandez, ۲۰۱۰; Teplin and Kratzer, ۲۰۰۷) و یادگیری دانش‌آموزان (Habibzadeh et al., ۲۰۱۰ cited by Bakhtiari and Mosadeghi Nik, ۲۰۱۶; Fernandez, ۲۰۱۰; Schmidt and Christie cited by Habibzadeh, ۲۰۱۳) کمک می‌کند. در واقع استفاده از تجربیات معلمان در کلاس‌های درس و ایجاد فضای مناسب همفکری و تبادل نظر می‌تواند به شکل‌گیری روش‌های نوین در ارائه مطالب آموزشی کمک کرده و عمل آموزش و یادگیری را تسهیل سازد.

البته شرکت معلمان در جلسات درس پژوهی و عدم حضور آن‌ها در کلاس‌های خود، بی‌نظمی‌هایی در مدرسه ایجاد کرده که در بیشتر مواقع با اعتراض و نگرانی مدیران مدارس همراه است. تخصیص زمان و تسهیل شرایط جهت حضور معلمان علاقه‌مند در جلسات درس پژوهی توسط وزارت آموزش و پرورش، روند اجرایی این برنامه را تسهیل بخشیده و به ارتقای سطح آموزش کمک می‌کند. علاوه بر این، همکاری بیشتر بین دانشگاه فرهنگیان و مدارس و استفاده از دانشجویان دانشگاه فرهنگیان به عنوان نیروهای کمکی در مدارس و جلسات درس پژوهی، می‌تواند به پیشبرد اهداف درس پژوهی بیش از پیش کمک کند.

در پایان نیز پیشنهاد می‌شود روش ارائه شده جهت تفریق عددهای مخلوط در دیگر کلاس‌های پایه پنجم ابتدایی به‌منظور مشخص شدن نقاط ضعف و قوت و میزان کارایی روش به اجرا درآید.

### **تقدیر و تشکر**

در پایان بر خود لازم دانستم از همکاری و زحمات ناظر بیرونی پژوهش؛ استاد گرانقدر دانشکده علوم تربیتی و روانشناسی دانشگاه بیرجند، مدیریت و معاونت محترم آموزشگاه نورالهدی؛ سرکار خانم سیدآبادی و سرکار خانم خسروی و کلیه آموزگاران پرتلاش و دلسوز این آموزشگاه که ما را در این مهم یاری نمودند، تقدیر و تشکر نمایم.

**References:**

- Bakhtiari, A., Mosadeghi Nik, K. (۲۰۱۶). *Lesson study*. Tehran: Avaye Noor, [In Persian].
- Fernandez, M. L. (۲۰۱۰). Investigating how and what prospective teachers learn through microteaching lesson study. *Teaching and Teacher Education*, ۲۶(۲): ۳۵۱-۳۶۲.
- Habibzadeh, A. (۲۰۱۳). *A practical guide to lesson study*. Qom: Qom University, [In Persian].
- Khakbaz, A. S., Fadai, M. R., Mousapour, N. (۲۰۰۸). The impact of lesson study on professional development of mathematics teachers. *Journal of Education*, ۹۴: ۱۲۳-۱۴۶, [In Persian].
- Lewis, C. C., Hurd, J. (۲۰۱۶). *Lesson study, step by step: how teacher learning communities improve instruction*. Tehran: Saz va Kar, [In Persian].
- Marshall, C., Rossman, G. B. (۲۰۱۶). *Designing qualitative research*. Translate by: Aarabi, S. M., Parsayan, A. Tehran: culture and research, [In Persian].
- Organization for Education Research and Planning (۲۰۱۶). *Grade ۵ Mathematics Textbook*. Tehran: General Directorate for the Monitoring, Publication and Distribution of curriculum, [In Persian].
- Sarkararani, M. R. (۲۰۱۰). Lesson study a model of improving mathematical discourse in classroom: a case study of Fuku Sima High School. *Journal of Education*, ۲۷(۱۰۵): ۳۵-۶۲. [in Persian]
- Teplin, A., Kratzer, C. (۲۰۰۷). From Lesson Study to Lesson Link: Classroom- Based Professional Development. *Paper presented for the Annual Conference of the American Educational Research Association (AERA)*.
- Norouzian, M. (۱۹۹۰a). The Emphasis on Spatial Value (mathematical education). *Journal of teacher growth*, (۱۱۶): ۵۲-۵۶, [In Persian].
- Norouzian, M. (۱۹۹۰b). Expanding Fractions and Decimal Numbers (mathematics). *Journal of teacher growth*, (۱۱۴): ۳۴-۳۷, [In Persian].
- Ezatkah, K. (۱۹۹۲). Conventional Fraction of Proportion and Proportion. *Journal of teacher growth*, (۱۰۶): ۴۰-۴۵, [In Persian],
- Tavakoli Saberi. A. R. (۱۹۹۰). Calculating Area and Volume (Math Training in Elementary). *Journal of teacher growth*, (۸۰): ۴۴-۵۲, [In Persian].
- Tabatabaei Aghda. S. M. et al. (۲۰۱۰). *Mathematics Encyclopedia*. Tehran: Varaye Danesh [In Persian]

### پیوست

<p>نام درس: ریاضی      موضوع تدریس: تفریق دو عدد مخلوط      صفحه: ۳۱      پایه: پنجم ابتدایی</p> <p>نام مدرسه: نورالهدی      طراح: دبستان نورالهدی      تعداد دانش آموزان: ۱۴</p> <p>مدت جلسه: ۳۰      تاریخ: ۱۳۹۵/۱۱/۱۷</p>
<p><b>ویژگی های فراگیران</b></p> <p>سنی: دانش آموزان در محدوده سنی ۱۱-۱۲ ساله هستند .</p> <p>شناختی: براساس نظریه پیاژه دانش آموزان در این سن در مرحله عملیات عینی و محسوس هستند به سخن دیگر، در این مرحله از رشد، کودک توانایی انجام اعمال منطقی را کسب می کند، اما این اعمال را با امور محسوس و عینی می تواند انجام دهد نه با امور فرضی و پدیده های انتزاعی.</p> <p>اجتماعی: در کار گروهی شرکت می کنند و با هم رابطه خوبی دارند.</p> <p>جسمانی: به رشد مطلوب رسیده اند.</p> <p>اقتصادی: همه دانش آموزان به جز پنج مورد از نظر وضعیت اقتصادی در سطح متوسط هستند.</p>
<p><b>هدف کلی</b></p> <p>آشنایی دانش آموزان با چگونگی انجام تفریق دو عدد مخلوط.</p>
<p><b>اهداف رفتاری</b></p> <p>از فراگیران انتظار می رود که در این درس:</p> <p>اهداف شناختی</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>۱- با استفاده از محاسبات ریاضی پاسخ تفریق عددهای مخلوط را به دست آورد.</li> <li>۲- چگونگی محاسبه تفریق عددهای مخلوط را توضیح دهد.</li> <li>۳- مسائلی که مرتبط با تفریق عددهای مخلوط می باشد حل کند.</li> <li>۴- برای عددهای مخلوط داده شده مسأله بنویسد.</li> </ol> <p>اهداف نگرشی</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>۱- برای پاسخ گویی به سؤالات خود عجولانه عمل نکند و ویژگی ها و عوامل مختلف را در نظر بگیرد.</li> </ol>
<p><b>روش تدریس</b></p> <p>اکتشافی، توضیحی</p>
<p><b>رسانه</b></p> <p>تخته، محور و مربع رنگی، پاورپوینت خلاصه درس.</p>

<b>فضا</b>	
کلاس درس	
<b>محتوا</b>	
کتاب ریاضی پنجم ابتدایی صفحه ۳۱	
<b>چینش کلاسی</b>	
۵ گروه ۳ نفره ( به صورت نیم دایره )	
<b>رفتار ورودی</b>	
دانش آموزان:	
<p>۱- با مفهوم کسر اشنایی دارند.</p> <p>۲- می توانند کسرهای داده شده را با هم جمع و یا تفریق کنند.</p> <p>۳- جواب جمع یا تفریق را از طریق شکل، محور یا از طریق محاسبات به دست آورند.</p> <p>۴- با مفهوم عدد مخلوط اشنایی دارند. و می توانند کسر بزرگ تر از واحد را به عدد مخلوط و بالعکس عدد مخلوط را به کسر تبدیل کنند.</p> <p>۵- می توانند برای عددهای مخلوط داده شده شکل بکشند و یا این که عدد مخلوط مربوط به شکل های داده شده را بنویسد.</p> <p>۶- دو عدد مخلوط داده شده را با هم جمع کنند و با استفاده از رسم شکل، رسم محور و تبدیل به کسر و محاسبات جواب را بدست آورند.</p>	
<b>فعالیت های مقدماتی</b>	
۱	<b>فعالیت های معلم</b>
<b>فعالیت های فراگیران</b>	<p>معلم پس از در زدن وارد کلاس می شود و به گرمی با دانش آموزان سلام و احوال پرسی می کند .</p> <p>سلام دختران گلم .</p> <p>حالتون خوبه ؟</p> <p>خدا رو شکر . امروز چند شنبه است ؟</p> <p>چه تاریخی ست؟</p> <p>بچه ها هر کاری را با نام چه کسی شروع می کنیم ؟</p> <p>معلم بالای تخته می نویسد ، به نام خداوند بخشنده و مهربان</p> <p>بچه ها تکالیف جلسه قبل را انجام داده اید ؟</p> <p>زینب جان شما که نماینده کلاسی تکالیف را جمع کرده ای ؟</p> <p>دست شما درد نکنه .</p>

## ارزشیابی تشخیصی

۳-

معلم رو به دانش‌آموزان می‌گوید: بچه‌ها قبل از اینکه درس امروز را شروع کنیم آماده هستید به چند سؤال پاسخ دهید. معلم ۳ نوع سؤال به هر گروه می‌دهد و از آن‌ها می‌خواهد با توجه به دستورالعمل داده شده به هر سؤال با همفکری یکدیگر پاسخ دهند. سؤالات در مورد تفریق دو کسر با مخرج مساوی، تفریق دو کسر با مخرج نامساوی و جمع دو عدد مخلوط است. سؤالات همه گروه‌ها یکسان است و دانش‌آموزان باید سؤالات را با دو روشی که در برگه سؤال برای آن‌ها مشخص شده است پاسخ دهند (شکل، محور، تبدیل به کسر، از طریق محاسبه).

## ایجاد انگیزه

۱-

یکی از دانش‌آموزان با ناراحتی و کمی تأخیر وارد کلاس می‌شود. معلم از او علت را جویا می‌شود. دانش‌آموز چنین بیان می‌کند که از دست خواهر بزرگ‌ترش ناراحت است. او می‌گوید مادرشان به آن‌ها ۵ ویفر کاکائویی داده و به آن‌ها گفته ۳ و نصفی برای خواهر بزرگ و بقیه برای خواهر کوچک‌تر است. خواهر بزرگ‌تر به او یک و نیم ویفر داده اما او معتقد است که سهمش دو تا و نصفی می‌شده است. معلم به او می‌گوید که درس امروز آن‌ها نیز در مورد همین مسأله است. و به او قول می‌دهد که با کمک سایر دانش‌آموزان در حل کردن مسأله به او کمک کند. سپس سؤال دانش‌آموز را به صورت ریاضی روی تابلو می‌نویسد.

۲۰-

## ارثه درس و ارزشیابی تکوینی

بعد از ورود دانش‌آموز و مطرح کردن مشکل خود، معلم رو به دانش‌آموزان می‌گوید که اتفاقاً درس امروز هم در مورد همین موضوع است. امروز با کمک یکدیگر مشکل دوست خود را حل می‌کنیم. سپس تفریق گفته شده را روی تابلو می‌نویسد.

$$5 - 3\frac{1}{2} =$$

- دخترای گلم روی میز هر کدام از شما یک سری وسایل وجود دارد (محور و شکل) از هر کدام که می‌خواهید برای بدست آوردن جواب این سؤال استفاده کنید. معلم به همه گروه‌ها سر زده و آنها را راهنمایی می‌کند. پس از این که مطمئن شد همه به جواب رسیده‌اند. از یکی از گروه‌ها می‌خواهد تا شکل یا محور خود را روی تابلو بچسباند و روش کار گروه خود را توضیح دهد. بعد از این که پاسخ سؤال بررسی شد معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد که بدون استفاده از شکل جواب سؤال را پیدا کنند. بعد از بازدید از گروه‌ها و ارائه راهنمایی‌های لازم از گروه‌ها می‌خواهد روش خود را توضیح دهند و روی تابلو و در جای مشخص بنویسند. معلم رو به دانش‌آموزان می‌گوید:

- بچه‌ها به یاد دارید که تفریق عددهای بزرگ مثل ۳۴۵ منهای ۲۸۱ را چطور انجام می‌دادیم؟ یا تفریق

اعداد مرکب؟

تفریق عددهای مخلوط نیز یک تفریق عادی است و ما می‌توانیم از طریق زیر هم نویسی پاسخ آن را پیدا کنیم.

معلم مسأله قبل را از طریق روش زیر همی حل کرده و توضیح می‌دهد.

$$\begin{array}{r} 5 \\ - 3 \frac{1}{2} \\ \hline 1 \frac{1}{2} \end{array}$$

سپس مثال دیگری مطرح کرده و از دانش‌آموزان می‌خواهد با استفاده از این روش به پاسخ درست دست پیدا کنند. و از آنها می‌خواهد که برای اطمینان از درستی جواب خود شکل رسم کنند. سپس مثال را تغییر داده و مسأله زیر را مطرح و توضیح می‌دهد.

$$\begin{array}{r} 4 \frac{1}{3} \\ - 3 \frac{2}{3} \\ \hline 0 \frac{2}{3} \end{array}$$

و مانند قبل سؤالی جدید به دانش‌آموزان داده می‌شود تا با مشورت با گروه خود جواب را پیدا کنند.

۱-

### جمع بندی

معلم چگونگی انجام دو نوع تفریق عدد مخلوط را با است از پاورپوینت و رسم شکل مرور می‌کند.

۳-

### ارزشیابی پایانی

معلم سؤالاتی که از قبل تهیه کرده است، بین دانش‌آموزان توزیع می‌کند. سؤالات هر گروه با گروه دیگر تفاوت دارد. معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد ابتدا به‌صورت انفرادی جواب سؤالات را پیدا کنند سپس درستی پاسخ خود را با اعضای گروه بررسی کنند. سپس معلم از دانش‌آموزان می‌خواهد که پاسخ سؤالات خود را

روی تابلو بنویسند.

۱

### تعیین تکلیف

معلم از دانش آموزان می خواهد که به ورقه سؤالاتی که به آنها داده می شود به صورت انفرادی و در خانه پاسخ دهند.

سپس با توجه به نحوه فعالیت گروه ها در کلاس یکی از فعالیت های زیر به عنوان کار گروهی به هر یک از دانش آموزان داده می شود.

\* برای عبارت داده شده دو مسأله بنویسند.

\* به دو مسأله داده شده پاسخ دهند.

\* تفریق داده شده را محاسبه کرده و توضیح چگونگی محاسبات خود را بنویسید.

\* به سؤال عملکردی داده شده پاسخ دهید.